

## تجزیه عبارتهای جبری

به نام خدا

تجزیه کردن یه عبارت رو با یه مثال با هم یاد می‌گیریم:

فرض کنید به ما گفته شده عبارت زیر رو تجزیه کنید:

$$9a^2b^4 + 15a^3b^2 =$$

گام ۱: همه جملات رو کاملا باز می‌کنیم، به صورت زیر:

$$9a^2b^4 = 3 \times 3 \times a \times a \times b \times b \times b \times b$$

$$15a^3b^2 = 3 \times 5 \times a \times a \times a \times b \times b$$

گام ۲: دونه دونه نگاه می‌کنیم ببینیم بین فکتور بالا و پایین چی مشترکه، و برای اینکه بعدا به اشتباه نیفتیم، هر چیز مشترکی که پیدا کردیم از بالا و پایین فکتور می‌زنیم، مثلا:

بالا ۳ داریم، پایین هم ۳ داریم، پس ۳ رو می‌نویسیم و از بالا و پایین فکتور می‌زنیم:

3

$$9a^2b^4 = \cancel{3} \times 3 \times a \times a \times b \times b \times b \times b$$

$$15a^3b^2 = \cancel{3} \times 5 \times a \times a \times a \times b \times b$$

بالا دوباره ۳ داریم ولی پایین نداریم، پس نمی‌نویسیم، بالا a داریم، پایین هم داریم:

3a

$$9a^2b^4 = \cancel{3} \times 3 \times \cancel{a} \times a \times b \times b \times b \times b$$

$$15a^3b^2 = \cancel{3} \times 5 \times \cancel{a} \times a \times a \times b \times b$$

دوباره بالا  $a$  داریم و پایین هم داریم، پس می نویسیم و فطش می زنیم:

$$3aa$$

$$9a^2b^4 = \cancel{3} \times 3 \times \cancel{a} \times \cancel{a} \times b \times b \times b \times b$$

$$15a^3b^2 = \cancel{3} \times 5 \times \cancel{a} \times \cancel{a} \times a \times b \times b$$

بالا  $b$  داریم، پایین هم  $b$  داریم، پس می نویسیم و فط می زنیم:

$$3aab$$

$$9a^2b^4 = \cancel{3} \times 3 \times \cancel{a} \times \cancel{a} \times \cancel{b} \times b \times b \times b$$

$$15a^3b^2 = \cancel{3} \times 5 \times \cancel{a} \times \cancel{a} \times a \times \cancel{b} \times b$$

باز هم بالا  $b$  داریم، پایین هم داریم:

$$3aabb$$

$$9a^2b^4 = \cancel{3} \times 3 \times \cancel{a} \times \cancel{a} \times \cancel{b} \times \cancel{b} \times b \times b$$

$$15a^3b^2 = \cancel{3} \times 5 \times \cancel{a} \times \cancel{a} \times a \times \cancel{b} \times \cancel{b}$$

دیگه هیچ عامل مشترکی بین این دو تا نداریم

گام ۳: عاملهای مشترکی رو که به دست آورده بودیم، پشت پرانتز می نویسیم و هر کدوم از چیزایی که توی ردیف اول و دوم فط نفوردن رو داخل پرانتز با علامت خودشون می نویسیم:

$$3aabb(3bb + 5a)$$

یا به عبارت ساده تر:

$$3a^2b^2(3b^2 + 5a)$$

این روش ممکنه یه کم به نظرتون طولانی بیاد ولی برای شروع روش راحت و مناسبه.  
 یه راه دیگه هم وجود داره 😊

همین عبارت رو با یه روش دیگه تجزیه می‌کنیم:

$$9a^2b^4 + 15a^3b^2 =$$

گام ۱. آگه هر دو عبارت عدد داشتن ، ب ۴ ۴ اون دو عدد رو می‌نویسیم.

اینجا ب ۴ ۴ دو عدد ۹ و ۱۵ چند میشه؟ ۳. پس فعلا ۳ رو می‌نویسیم:

$$9a^2b^4 + 15a^3b^2 = 3$$

گام ۲. حروف انگلیسی رو با کمترین توانی که توی جملات دارن می‌نویسیم.

حرف بعدی که داریم a هست، اون رو می‌نویسیم و نگاه می‌کنیم ببینیم کمترین توانی که بین دو تا جمله داره چیه؟

اینجا توی جمله اول توان ۲ داره و توی جمله دوم توان ۳، پس کمترین توانش ۲ میشه. a رو با توان ۲ می‌نویسیم:

$$9a^2b^4 + 15a^3b^2 = 3a^2$$

حرف بعدی b هست ، کمترین توانش چیه؟ ۲

$$9a^2b^4 + 15a^3b^2 = 3a^2b^2$$

تا اینجا ما تونستیم جمله مشترک رو بین این دو جمله پیدا کنیم.

گام ۳. بعد از جمله مشترک، پرانتز رو با می‌کنیم و چیزایی که باقی موندن رو می‌نویسیم:

$$9a^2b^4 + 15a^3b^2 = 3a^2b^2($$

از جمله اول پیا مونده؟ عددش ۹ بوده که ما سه تاش رو برداشتیم پس ۳ از عدد باقی می‌مونه

a رو میفویایم بنویسیم

توانش اول چند بوده؟ ۲

چند تاش رو برای جمله مشترک برداشتیم؟ ۲ تاش رو .

پس از توانهای a چیزی باقی نمونه

b رو میفویایم بنویسیم.

توانش چند بوده؟ ۴

برای جمله مشترک چند تاش رو برداشتیم؟ ۲ تا

چند تاش باقی میمونه؟ ۲ تا

پس باید داخل پرانتز  $b^2$  رو هم داشته باشیم.

بنابراین از جمله اول  $3b^2$  باقی نمونه بود که توی پرانتز می نویسیمش:

$$9a^2b^4 + 15a^3b^2 = 3a^2b^2(3b^2 +$$

جمله دو<sup>م</sup> به عدد ۱۵ داشته که ۳ تاش رو برای جمله مشترک برداشتیم پس ۵ ازش

باقی میمونه . ۵

$a^3$  داشتیم که دو تا از توانهایش رو برای جمله مشترک برداشتیم، پس ۱ از توانش باقی

میمونه .  $a^1$

$b^2$  داشتیم که هر دو تا توان برای جمله مشترک رفته، پس چیزی از b باقی نمیمونه

بنابراین داریم:

$$9a^2b^4 + 15a^3b^2 = 3a^2b^2(3b^2 + 5a)$$

حل تمرین صفحه ۶۳

تجزیه عبارت‌های جبری

۱- آیا  $b-a = -(a-b)$  است؟ چرا؟

بله، علامت منفی رو در پرانتز ضرب می‌کنیم:

$$-(a - b) = -a + b = b - a$$

۲- چرا مجموع دو عدد فرد، عددی زوج می‌شود؟

یه عدد فرد رو با  $2m + 1$

و عدد فرد دوم رو با  $2n + 1$

نشون میدیم. حالا این دو عدد رو با هم جمع می‌کنیم:

$$2m + 1 + 2n + 1 = 2m + 2n + 2 = 2(m + n + 1)$$

عدد ۲ در هر عددی ضرب بشه زوج میشه، پس عدد  $2(m + n + 1)$  هم یه عدد زوجیه.

بنابراین جمع هر دو عدد فرد یه عدد زوج میشه.

۳- مجموع دو عدد که یکی زوج و دیگری فرد باشد، زوج می‌شود یا فرد؟ چرا؟

عدد فرد رو با  $2m + 1$

و عدد زوج رو با  $2n$

نشون میدیم. حالا این دو عدد رو با هم جمع می‌کنیم:

$$2m + 1 + 2n = 2(m + n) + 1$$

گفتیم عدد ۲ در هر عددی ضرب بشه زوج میشه، پس عدد  $2(m + n)$  به عدد زوج.

از طرفی هر عدد زوج رو آگه با ۱ جمع کنیم به عدد فرد به دست میاد. بنابراین

$$2(m + n) + 1$$

فرده.

ادامه تمرینها رو می‌تونید در "کانال خصوصی حل تمرین و نمونه سوال" ببینید ☺

در صورت تمایل به عضویت، به ادمین کانال مراجعه کنید.

معادله

در این بخش، ابتدا به سری مطالب رو از سال گذشته یادآوری می‌کنیم که آگه فراموش کردید، یادتون بیاد ☺. آگه فکر می‌کنید به این مطالب مسلط هستید می‌تونید این چند صفحه رو نفونید.

یه معادله چیه؟ از چیا تشکیل شده؟

معادله تشکیل شده از یه علامت = و یه سری عبارت جبری در سمت راستش و یه سری عبارت جبری در سمت چپش. مثل:

$$5x + 3 = 2x - 2$$

حالا وقتی میگیریم یه معادله رو حل کنیم یعنی چی؟

یعنی مقدار اون مجهول رو به دست بیاریم. مثلاً برای حل معادله بالا ما باید مقدار  $x$  رو به دست بیاریم.

در این قسمت میفوییم یاد بگیریم که بطوری یه معادله رو حل کنیم.

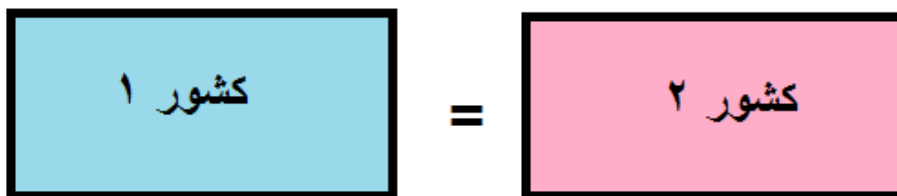
در جلسات قبل با جملات جبری آشنا شدیم.

الان توی معادله بالا میفوییم زیر جملات جبری فط بکشیم:

$$\underline{5x + 3} = \underline{2x - 2}$$

حالا میفوام یه قصه تعریف کنیم ☺

فرض می‌کنیم سمت راست تساوی یه کشوره و سمت چپ تساوی هم یه کشور دیگه.



جمله هایی که سمت چپ قرار دارن، متعلق به کشور ۱ هستن، یعنی کدوم جملات؟

همونا که سمت چپ زیرش فط کشیدیم  $5x$  ,  $+3$

جمله هایی هم که سمت راست قرار دارن، متعلق به کشور ۲ هستن، یعنی کدوم

جملات؟ اوناه که سمت راست هستن و زیرشون فط کشیدیم:  $2x$  ,  $-2$

این دو تا کشور با هم یه قراری گذاشتن، گفتن ما به عضوامون اجازه میدیم برن به اون

یکی کشور، فقط یه شرط داره:

هر عضوی که بخواهد از کشور خودش بره به یه کشور دیگه باید علامتش رو عوض کنه

این یه شرط فیلی فیلی مهمه که همه عضوها باید رعایت کنن

یه بار دیگه معادله رو می نویسیم:

$$5x + 3 = 2x - 2$$

فرض کنید عدد ۳ تصمیم گرفته بره مسافرت به اون یکی کشور، یعنی میخواد بره اونور تساوی. برای اینکه اجازه مسافرت داشته باشه باید وقتی وارد کشور جدید میشه (یعنی وقتی میره اونور تساوی) علامتش رو عوض کنه. ۳ اینجا چه علامتی داره؟ علامت مثبت، پس اگه بره اونور تساوی باید علامتش منفی بشه. سفر فوب و فوشی رو برای عدد ۳ آرزو می کنیم 😊

$$5x = 2x - 2 - 3$$

حالا جمله  $2x$  تصمیم میگیره بره مسافرت، میخواد بره اونور تساوی. برای اینکه اجازه این کار رو داشته باشه باید چه شرطی رو رعایت کنه؟ باید وقتی وارد کشور جدید شد علامتش رو عوض کنه،  $2x$  الان چه علامتی داره؟ علامت نداره پس یعنی مثبت. اگه قرار باشه بره اونور باید علامتش چی بشه؟ منفی. برای  $2x$  هم سفر فوب و فوشی رو آرزو می کنیم:

$$5x - 2x = -2 - 3$$

بچه ها این داستانی که گفتیم و این مطلبی که یاد گرفتیم فیلی فیلی توی حل معادله برامون مفیده. پس هتما فوب فوب یادش بگیرید.

ما با این قصه یاد گرفتیم هر جمله جبری وقتی میره اونور تساوی باید علامتش عوض بشه.



در قسمت‌های بعدی که می‌فروایم معادله رو حل کنیم از این مطلبی که اینجا یاد گرفتیم استفاده می‌کنیم.

حل معادله

برای حل معادله گام‌های زیر رو به ترتیب انجام میدیم:

گام ۱. همه جملاتی که متغیر دارن رو به طرف تساوی می‌بریم و همه جملاتی که متغیر ندارن و عدد تنها هستن به طرف دیگه تساوی

(هوآسمونم هست که جملات وقتی میرن به سمت دیگه، باید علامتشون عوض شه)

$$3x - 5 = 2x + 3$$

$2x$  رو می‌بریم اونور تساوی و  $5$  رو میاریم اینور، پس داریم:

$$4x - 2x = 3 + 5$$

گام ۲. دو طرف تساوی رو تا جایی که می‌تونیم ساده می‌کنیم.

ساده کردن عبارت‌های جبری رو جلسه قبل یاد گرفتیم، سمت چپ رو ساده می‌کنیم

سمت راست هم که جمع دو یا چند عدد علامتدار همیشه، اونارو هم حساب می‌کنیم و می‌نویسیم. پس تا اینجا داریم

$$2x = 8$$

گام ۳. به مجهول مساله نگاه می‌کنیم، اگر ضریب نداشت (یعنی عددی بوش نپسبیده بود)، حل مساله تموم شده و ما مقدار متغیر رو به دست آوردیم. اما اگر ضریب داشت باید اون ضریب رو حذف کنیم

چرا اگر متغیرمون ضریب داشته باشه باید ضریبش رو حذف کنیم؟

ما می‌فویایم مقدار متغیر رو به دست بیاریم، نه متغیری که ضریب بوش پاسبیده باشه. پس باید اون ضریب رو حذف کنیم. برای حذف ضریب متغیرمون دو حالت وجود داره:

حالت اول: یه عدد صحیح کنار متغیر ضرب شده مثل  $2x$

در این صورت طرفین معادله رو بر اون عدد تقسیم می‌کنیم تا ضریب متغیر از بین بره، به صورت زیر:

$$\frac{2x}{2} = \frac{8}{2}$$

۲ در صورت با ۲ در مخرج ساده میشه و ما به دست میاریم:

$$x = 4$$

مقدار متغیر به دست اومد، پس معادله حل شده.

حالت دوم: یه عدد صحیح در مخرج متغیر قرار داره مثل  $\frac{x}{3}$  یا  $\frac{1}{3}x$

در این صورت برای این که اون عدد رو حذف کنیم، باید دو طرف تساوی رو در اون عدد ضرب کنیم.

فرض کنید شروع به حل یه معادله کردیم و رسیدیم به عبارت زیر:

$$\frac{x}{3} = 4$$

الان نگاه می‌کنیم و میبینیم که عدد در مخرج قرار دارد پس طرفین رو در اون عدد ضرب می‌کنیم:

$$\frac{x}{3} \times 3 = 4 \times 3$$

در سمت چپ، عددهای ۳ با هم ساده میشن، بنابراین داریم:

$$x = 12$$

اینا تمام چیزاییه که برای حل این معادله بهش احتیاج داریم. حالا بریم با هم چند تا معادله حل کنیم:

$$2x - 3 = -9$$

گام ۱. همه جملاتی که متغیر دارن رو به طرف تساوی می‌بریم و همه جملاتی که متغیر ندارن و عدد تنها هستن به طرف دیگه تساوی

$$2x = -9 + 3$$

گام ۲. دو طرف تساوی رو تا جایی که می‌تونیم ساده می‌کنیم.

$$2x = -6$$

گام ۳. به مجهول مساله نگاه می‌کنیم، اگه ضریب نداشت ( یعنی عددی بهش نپسبیره بود)، حل مساله تموم شده و ما مقدار متغیر رو به دست آوردیم. اما اگه ضریب داشت باید اون ضریب رو حذف کنیم

اینجا متغیرمون ضرب داره، عدد صمیعی که داریم در متغیر ضرب شده. پس برای حل معادله، طرفین رو بر اون عدد تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{2x}{2} = \frac{-6}{2}$$

عدد ۲ در صورت و مخرج ساده میشه پس داریم:

$$x = -3$$

از اینجا به بعد دیگه گامها رو نمی‌نویسم، فقط میگم که کدوم گام رو داریم انجام میدیم:

$$3x + 5 = 14$$

گام ۱.

$$3x = 14 - 5$$

گام ۲.

$$3x = 9$$

گام ۳.

$$\frac{3x}{3} = \frac{9}{3}$$

$$x = 3$$

سوال بعد:

$$3x - 2 = 10$$

گام ۱.

$$3x = 10 + 2$$

گام ۲ .

$$3x = 12$$

گام ۳ .

$$\frac{3x}{3} = \frac{12}{3}$$

$$x = 4$$

سوال بعد:

$$7 + 2x = -4$$

گام ۱ .

$$+2x = -4 - 7$$

گام ۲ .

$$+2x = -11$$

گام ۳ .

$$\frac{+2x}{+2} = \frac{-11}{+2}$$

$$x = -\frac{11}{2}$$

سوال بعد:

$$2x - 4 = x$$

گام ۱ .

$$2x - x = +4$$

گام ۲.

$$x = +4$$

سوال بعد:

$$3x = 6x - 7$$

گام ۱.

$$3x - 6x = -7$$

گام ۲.

$$-3x = -7$$

گام ۳.

$$\frac{-3x}{-3} = \frac{-7}{-3}$$

$$x = \frac{7}{3}$$

مثال:

۱. معادلات زیر را حل کنید:

$$-\frac{3}{8}x + 5 = \frac{1}{6}$$

معادلاتی که کسر داره رو به روشهای مختلفی همیشه حل کرد، این مثال رو با هر دو روش حل می‌کنیم و شما هر روشی رو که دوست داشتید انتخاب کنید.

به نظرم، روش دوم، روش ساده‌تری هست.

**روش اول:**

جمله ای که  $x$  داره یه طرف نگه میداریم و بقیه جملات رو طرف دیگه، هوا سمونم هست که وقتی یه جمله میره یه سمت دیگه تساوی، علامتش عوض میشه:

$$-\frac{3}{8}x = \frac{1}{6} - 5$$

سمت راست رو ساده می‌کنیم:

$$\frac{1}{6} - 5 = \frac{1 - 30}{6} = -\frac{29}{6}$$

پس داریم:

$$-\frac{3}{8}x = -\frac{29}{6}$$

طرفین رو در یه منفی ضرب می‌کنیم:

$$\frac{3}{8}x = \frac{29}{6}$$

حالا عددها رو ضربدری به هم وصل می‌کنیم:

$$\frac{3}{8}x = \frac{29}{6}$$

عددها رو از  $x$  جدا می‌کنیم و می‌بریم کنار عددی که بوش وصل شده و ضرب می‌کنیم:

$$x = \frac{29 \times 8}{6 \times 3}$$

حالا ساده می‌کنیم تا جواب نهایی به دست بیاد:

$$x = \frac{116}{9}$$

روش دوم:

$$-\frac{3}{8}x + 5 = \frac{1}{6}$$

بین اعدادی که داریم مخرج مشترک میگیریم:

$$-\frac{9}{24}x + \frac{120}{24} = \frac{4}{24}$$

حالا که مخرجها با هم برابر شدن، دیگه با مخرجها کاری نداریم و معادله رو بدون مخرجها می نویسیم:

$$-9x + 120 = 4$$

$$-9x = -116$$

$$x = \frac{116}{9}$$

پند تا از این معادله ها رو در تمرین زیر حل می کنیم:

حل تمرین صفحه ۶۷

معادله

ا.. معادلات زیر را حل کنید:

$$4x + \frac{2}{7} = \frac{3}{2}x$$



مفرج مشترک می‌گیریم:

$$\frac{56x}{14} + \frac{4}{14} = \frac{21}{14}x$$

حالاً که مفرجها با هم برابر شدن، دیگه کاری باهاشون نداریم و معادله رو بدون مفرجها می‌نویسیم:

$$56x + 4 = 21x$$

$$56x - 21x = -4 \rightarrow 35x = -4$$

$$x = -\frac{4}{35}$$

قسمت بعد:

$$1 - \frac{x+1}{2} = \frac{1}{3}$$

مفرج مشترک می‌گیریم:

$$\frac{6}{6} - \frac{3(x+1)}{6} = \frac{2}{6}$$

حالاً که مفرجها با هم برابر شدن، دیگه کاری باهاشون نداریم و معادله رو بدون مفرجها می‌نویسیم:

$$6 - 3(x+1) = 2 \rightarrow 6 - 3x - 3 = 2 \rightarrow -3x = 2 + 3 - 6$$

$$-3x = -1 \rightarrow x = \frac{1}{3}$$

قسمت بعد:

$$\frac{5}{12}x - \frac{7}{18} = 2$$

مفرج مشترک می‌گیریم:

$$\frac{15}{36}x - \frac{14}{36} = \frac{72}{36}$$

حالا که مفرجها با هم برابر شدن، دیگه کاری باهاشون نداریم و معادله رو بدون مفرجها می‌نویسیم:

$$15x - 14 = 72 \rightarrow 15x = 72 + 14 \rightarrow x = \frac{86}{15}$$

قسمت بعد:

$$2x - \frac{2}{3} = 5x + 3$$

مفرج مشترک می‌گیریم:

$$\frac{6x}{3} - \frac{2}{3} = \frac{15x}{3} + \frac{9}{3}$$

حالا که مفرجها با هم برابر شدن، دیگه کاری باهاشون نداریم و معادله رو بدون مفرجها می‌نویسیم:

$$6x - 2 = 15x + 9 \rightarrow 6x - 15x = 9 + 2 \rightarrow$$

$$-9x = 11 \rightarrow x = -\frac{11}{9}$$

قسمت بعد:

$$\frac{1}{2} - \frac{2x - 1}{4} = \frac{3}{4}$$

مفرج مشترک می‌گیریم:

$$\frac{2}{4} - \frac{2x - 1}{4} = \frac{3}{4}$$

حالا که مفرجها با هم برابر شدن، دیگه کاری باهاشون نداریم و معادله رو بدون مفرجها می‌نویسیم:

$$2 - 2x + 1 = 3 \rightarrow -2x = 3 - 1 - 2 = 0 \rightarrow x = 0$$

۲- عرض مستطیلی ۵ سانتی متر و محیط آن ۲۴ سانتی متر است. طول این مستطیل چقدر است؟

محیط مستطیل از چه راهی به دست میاد؟

$$\text{محیط} = ۲(\text{عرض} + \text{طول})$$

در این فرمول عرض و محیط رو داریم، اونا رو باگذاری می‌کنیم و به جای طول، X قرار میدیم:

$$۲۴ = ۲(۵ + X)$$

ساده می‌کنیم:

$$2x + 10 = 24$$

معادله رو حل می‌کنیم و X رو به دست میاریم:

$$2x = 24 - 10$$

$$2x = 14 \rightarrow x = 7$$

۳- هفت برابر عددی به اضافه ۴ مساوی ۵۸ است. آن عدد چند است؟

تبدیل عبارت کلامی به عبارت جبری رو در جلسات قبل با هم یاد گرفتیم:

$$7x + 4 = 58$$

$$7x = 58 - 4$$

$$7x = 54$$

$$x = \frac{54}{7}$$

ادامه تمرینها رو می‌تونید در "کانال خصوصی حل تمرین و نمونه سوال" ببینید ☺

در صورت تمایل به عضویت، به ادمین کانال مراجعه کنید.

آموزش گام به گام ریاضی چهارم تا دهم در سایت:

[www.riazibaham.ir](http://www.riazibaham.ir)

و کانال‌های @RiaziBaHam و @RiaziBaHam8

برای دریافت جزوات سایر پایه‌ها، تمرینهای حل شده و نمونه سوالات

امتثانی حل شده، به "ریاضی با هم" پیوندید.